

Parallélisme d'une variété des points proches

Basile Guy Richard BOSSOTO
 Université Marien NGOUABI, Faculté des Sciences,
 Département de Mathématiques
 B.P.69, Brazzaville, Congo.
 E-mail : bossotob@yahoo.fr

Résumé

On considère M une variété différentielle, A une algèbre locale, M^A la variété des points proches de M d'espèce A . On utilise la structure de $C^\infty(M^A, A)$ -module sur l'ensemble $\mathfrak{X}(M^A)$ des champs de vecteurs sur M^A pour donner l'équivalence du parallélisme de M^A en termes de A -variétés.

Summary : Let M be a smooth manifold, A a local algebra, M^A the manifold of near points on M of kind A . We use the structure of $C^\infty(M^A, A)$ -module on the set $\mathfrak{X}(M^A)$ of vector fields on M^A for to give the equivalence of parallelism of the A -manifold M^A .

Key words : Point proche, algèbre locale, variété parallélisable.

MSC (2000) : 58A20, 58A32.

1 Introduction

Une algèbre locale (au sens de Weil) est une algèbre réelle commutative unitaire de dimension finie ayant un idéal maximal unique de codimension 1 sur \mathbb{R} .

Soit A une algèbre locale et soit \mathfrak{m} son unique idéal maximal. On a

$$A = \mathbb{R} \oplus \mathfrak{m}.$$

La première projection

$$A = \mathbb{R} \oplus \mathfrak{m} \longrightarrow \mathbb{R}$$

est un homomorphisme d'algèbres qui est surjectif, appelé augmentation et l'unique entier naturel $k \in \mathbb{N}$ tel que $\mathfrak{m}^k \neq (0)$ et $\mathfrak{m}^{k+1} = (0)$ est la hauteur de A .

Comme exemples d'algèbres locales, on a :

Exemples 1 1- $\mathbb{R} = \mathbb{R} \oplus (0)$ est une algèbre locale de hauteur 0.

2- L'algèbre des nombres duaux, $\mathbb{D} = \mathbb{R}[T]/(T^2)$, est une algèbre locale de hauteur 1.

3- $\mathbb{A} = \mathbb{R}[T]/(T^3)$ est une algèbre locale de hauteur 2. Plus généralement, l'algèbre des polynômes tronquée

$$A = \mathbb{R}[X_1, \dots, X_n]/(X_1, \dots, X_n)^{k+1}$$

est une algèbre locale de hauteur k .

4- Si A est une algèbre locale d'idéal maximal \mathfrak{m}_A de hauteur h et si B est une algèbre locale d'idéal maximal \mathfrak{m}_B de hauteur l , alors le produit tensoriel $A \otimes B$ est une algèbre locale d'idéal maximal $\mathfrak{m}_{A \otimes B} = \mathfrak{m}_A \otimes B + A \otimes \mathfrak{m}_B$ et de hauteur $h + l$. Ainsi, $\mathbb{D} \otimes \mathbb{D} = \mathbb{R}[T_1, T_2]/(T_1^2, T_2^2)$ est une algèbre locale de hauteur 2.

Remarque 2 Le produit tensoriel de deux algèbres de polynômes tronquées n'est pas une algèbre de polynômes tronquée. Ce qui est le cas pour $\mathbb{D} \otimes \mathbb{D}$.

5- Si M est une variété différentielle de dimension n , l'espace, $J_x^k(M, \mathbb{R})$, des jets en $x \in M$ d'ordre k des applications différentiables de classe C^∞ définies au voisinage de x à valeurs dans \mathbb{R} , est une algèbre locale de dimension \mathfrak{C}_{n+k}^k et de hauteur k .

Si M est une variété différentielle, $C^\infty(M)$ l'algèbre des fonctions numériques sur M et A une algèbre locale, un point proche de $x \in M$ d'espèce A est un homomorphisme d'algèbres

$$\xi : C^\infty(M) \longrightarrow A$$

tel que $[\xi(f) - f(x)] \in \mathfrak{m}$ pour tout $f \in C^\infty(M)$.

On note M_x^A l'ensemble des points proches de x d'espèce A et

$$M^A = \bigcup_{x \in M} M_x^A.$$

L'ensemble M^A est une variété différentielle de dimension $\dim M \cdot \dim A$.

Exemples 3 1- $M^\mathbb{R} = M$.

2- Pour toute variété différentielle M , l'application

$$TM \longrightarrow \text{Hom}_{\text{Alg}}(C^\infty(M), \mathbb{D}), v \longmapsto \xi_v,$$

définie par

$$\xi_v(f) = f(p) + v(f)\varepsilon$$

si $v \in T_p M$, identifie $TM = J_0^1(\mathbb{R}, M)$ à $M^{\mathbb{D}}$. On vérifie que v est un vecteur tangent en p à la variété M si et seulement si ξ_v est un point proche de p d'espèce \mathbb{D} .

3- Si $A = \mathbb{R}[X]/(X^3)$, $M^A = J_0^2(\mathbb{R}, M)$. Plus généralement, si A est l'algèbre des polynômes tronqués

$$\mathbb{R}X_1, \dots, X_s^{k+1},$$

alors $M^A = J_0^k(\mathbb{R}^s, M)$ est l'ensemble des jets en 0 d'ordre k des applications différentiables de \mathbb{R}^s dans M .

4- L'application $\xi \longmapsto \xi(\text{id}_{\mathbb{R}})$ identifie \mathbb{R}^A à A .

5- Si V est un espace vectoriel réel de dimension finie, si $(e_i)_{i=1, \dots, r}$ est une base de V et si $(e_i^*)_{i=1, \dots, r}$ est la base duale de la base $(e_i)_{i=1, \dots, r}$, alors

$$V^A \longrightarrow V \otimes A, \xi \longmapsto \sum_{i=1}^r e_i \otimes \xi(e_i^*)$$

est un isomorphisme canonique de A -modules.

Lorsque M et N sont deux variétés différentiables et lorsque

$$h : M \longrightarrow N$$

est une application différentiable de classe C^∞ , alors l'application

$$h^A : M^A \longrightarrow N^A, \xi \longmapsto h^A(\xi),$$

telle que, pour tout $g \in C^\infty(N)$,

$$[h^A(\xi)](g) = \xi(g \circ h)$$

est différentiable de classe C^∞ . Lorsque h est un difféomorphisme, il en est de même de h^A .

De plus, si $\varphi : A \longrightarrow B$ est un homomorphisme d'algèbres locales, pour toute variété différentielle M , l'application

$$\varphi_M : M^A \longrightarrow M^B, \xi \longmapsto \varphi \circ \xi$$

est différentiable. En particulier, l'augmentation

$$A \longrightarrow \mathbb{R}$$

définit pour toute variété M , la projection

$$M^A \longrightarrow M,$$

qui a un point proche de $x \in M$, associe son origine x .

2 Parallélisme de la variété des points proches

Dans tout ce qui suit M désigne une variété différentielle de dimension n , A une algèbre locale au sens de Weil, d'élément unité 1_A , $C^\infty(M)$ l'algèbre des fonctions numériques de classe C^∞ sur M , $\mathfrak{X}(M)$ le $C^\infty(M)$ -module des champs de vecteurs sur M , TM le fibré tangent à M et

$$\pi_M : TM \longrightarrow M$$

la projection canonique.

Si (U, φ) est une carte locale de M de fonctions coordonnées (x_1, x_2, \dots, x_n) , l'application,

$$U^A \longrightarrow A^n, \xi \longmapsto (\xi(x_1), \xi(x_2), \dots, \xi(x_n)),$$

est une bijection de U^A sur un ouvert de A^n . La variété M^A est une variété modelée sur A^n , c'est-à-dire une A -variété de dimension n .

L'ensemble, $C^\infty(M^A, A)$, des fonctions de classe C^∞ sur M^A à valeurs dans A , est une A -algèbre commutative unitaire. En identifiant \mathbb{R}^A à A , pour $f \in C^\infty(M)$, l'application

$$f^A : M^A \longrightarrow A, \xi \longmapsto \xi(f),$$

est de classe C^∞ . De plus l'application

$$C^\infty(M) \longrightarrow C^\infty(M^A, A), f \longmapsto f^A,$$

est un homomorphisme injectif d'algèbres et on a :

$$\begin{aligned} (f + g)^A &= f^A + g^A \\ (\lambda \cdot f)^A &= \lambda \cdot f^A \\ (f \cdot g)^A &= f^A \cdot g^A \end{aligned}$$

avec $\lambda \in \mathbb{R}$, f et g appartenant à $C^\infty(M)$.

Lorsque $(a_\alpha)_{\alpha=1,2,\dots,\dim(A)}$ est une base de A et lorsque $(a_\alpha^*)_{\alpha=1,2,\dots,\dim(A)}$ est la base duale de la base $(a_\alpha)_{\alpha=1,2,\dots,\dim(A)}$, l'application

$$\sigma : C^\infty(M^A, A) \longrightarrow A \otimes C^\infty(M^A), \varphi \longmapsto \sum_{\alpha=1}^{\dim(A)} a_\alpha \otimes (a_\alpha^* \circ \varphi),$$

est un isomorphisme de A -algèbres. Cet isomorphisme ne dépend pas de la base choisie et l'application

$$\gamma : C^\infty(M) \longrightarrow A \otimes C^\infty(M^A), f \longmapsto \sigma(f^A),$$

est un morphisme d'algèbres.

On note $\mathfrak{X}(M^A)$, l'ensemble des champs de vecteurs sur M^A . Les assertions suivantes sont alors équivalentes [1] :

1. $X : C^\infty(M^A) \longrightarrow C^\infty(M^A, A)$ est un champ de vecteurs sur M^A ;
2. $X : C^\infty(M) \longrightarrow C^\infty(M^A, A)$ est une application linéaire vérifiant

$$X(fg) = X(f) \cdot g^A + f^A \cdot X(g)$$

pour tous f et g dans $C^\infty(M)$.

Ainsi, lorsque

$$\theta : C^\infty(M) \longrightarrow C^\infty(M)$$

est un champ de vecteurs sur M , alors l'application

$$\theta^A : C^\infty(M) \longrightarrow C^\infty(M^A, A), f \longmapsto [\theta(f)]^A,$$

est un champ de vecteurs sur M^A : le champ de vecteurs θ^A est le prolongement à M^A du champ de vecteurs θ sur M .

Lorsque X est un champ de vecteurs sur M^A , considéré comme dérivation de $C^\infty(M)$ dans $C^\infty(M^A, A)$, alors il existe une dérivation et une seule [1],

$$\tilde{X} : C^\infty(M^A, A) \longrightarrow C^\infty(M^A, A)$$

telle que :

1. \tilde{X} est A -linéaire ;
2. $\tilde{X} [C^\infty(M^A)] \subset C^\infty(M^A)$;
3. $\tilde{X}(f^A) = X(f)$ pour tout $f \in C^\infty(M)$.

L'ensemble $\mathfrak{X}(M^A)$ des champs de vecteurs sur M^A est dans ces conditions, un $C^\infty(M^A, A)$ -module et une algèbre de Lie sur A [1].

Théorème 4 (de Weil) *Si M est une variété différentielle et si A et B sont deux algèbres locales, alors l'application*

$$(M^A)^B \longrightarrow M^{A \otimes B}, \eta \longmapsto (id_A \otimes \eta) \circ \gamma$$

est un isomorphisme de variétés différentielles.

En particulier, on a un isomorphisme entre TM^A et $(TM)^A$.

Pour $x \in M$, $T_x M$ désigne l'espace tangent en x à M .

On rappelle que la variété M est parallélisable si son fibré tangent TM est trivial c'est-à-dire s'il existe un difféomorphisme

$$\sigma : TM \longrightarrow M \times \mathbb{R}^n$$

tel que le diagramme suivant

$$\begin{array}{ccc} TM & \xrightarrow{\sigma} & M \times \mathbb{R}^n \\ & \searrow \pi_M & \downarrow pr_1 \\ & & M \end{array}$$

commute et que, pour tout $x \in M$ la restriction

$$\sigma|_{T_x M} : T_x M \longrightarrow \{x\} \times \mathbb{R}^n$$

soit un isomorphisme d'espaces vectoriels.

Lorsque (U, φ) est une carte locale de la variété M de fonctions coordonnées (x_1, x_2, \dots, x_n) , l'application

$$\psi : TU^A \longrightarrow U^A \times A^n, \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \right)^A |_\xi \longmapsto (\xi, \lambda_1, \dots, \lambda_n)$$

est un difféomorphisme de A -variétés vérifiant $pr_1 \circ \psi = \pi_{M^A}$. Ainsi le parallélisme local de la variété M^A s'exprime en termes d'existence d'un difféomorphisme de A -variétés dont la restriction en chaque espace tangent est un isomorphisme de A -modules.

Le but de ce travail est de donner l'équivalence du parallélisme de M^A en termes de A -variétés. On rappelle que lorsque M est une variété, l'algèbre de base de M est $C^\infty(M)$. Comme $\mathfrak{X}(M^A)$ est un $C^\infty(M^A, A)$ -module, considéré comme l'ensemble des dérivations de $C^\infty(M)$ dans $C^\infty(M^A, A)$, et est une algèbre de Lie sur A , et comme M^A est une A -variété, ceci signifie que l'algèbre de base de la variété M^A est $C^\infty(M^A, A)$ et non $C^\infty(M^A)$.

Proposition 5 *La variété M^A est parallélisable si et seulement s'il existe un difféomorphisme de A -variétés*

$$H : TM^A \longrightarrow M^A \times A^n$$

tel que le diagramme suivant

$$\begin{array}{ccc} TM^A & \xrightarrow{H} & M^A \times A^n \\ & \searrow & \downarrow pr_1 \\ & \pi_{M^A} & M^A \end{array}$$

commute et que pour tout $\xi \in M^A$, la restriction

$$H|_{T_\xi M^A} : T_\xi M^A \longrightarrow \{\xi\} \times A^n$$

soit un isomorphisme de A -modules.

Démonstration: $/ \implies$ Comme la variété est parallélisable, il existe un difféomorphisme

$$TM^A \xrightarrow{\sigma} M^A \times \mathbb{R}^{n \cdot \dim A}$$

tel que

$$\begin{array}{ccc} TM^A & \xrightarrow{\sigma} & M^A \times \mathbb{R}^{n \cdot \dim A} \\ & \searrow & \downarrow pr_1 \\ & \pi_{M^A} & M^A \end{array}$$

commute c'est-à-dire $pr_1 \circ \sigma = \pi_{M^A}$, et que pour tout $\xi \in M^A$, la restriction

$$\sigma|_{T_\xi M^A} : T_\xi M^A \longrightarrow \{\xi\} \times \mathbb{R}^{n \cdot \dim A}$$

soit un isomorphisme d'espaces vectoriels.

Soit

$$h : A^n \longrightarrow \mathbb{R}^{n \cdot \dim A}$$

un isomorphisme d'espaces vectoriels. Par transport de structure, on munit $\mathbb{R}^{n \cdot \dim A}$ de la structure de A -module définie sur A^n . Ainsi h devient un isomorphisme de A -modules. De la même façon

$$\sigma|_{T_\xi M^A} : T_\xi M^A \longrightarrow \{\xi\} \times \mathbb{R}^{n \cdot \dim A}$$

devient un isomorphisme de A -modules. En posant $H = (id_{M^A} \times h^{-1}) \circ \sigma$, pour tout $\xi \in M^A$, on déduit que la restriction

$$H|_{T_\xi M^A} : T_\xi M^A \longrightarrow \{\xi\} \times A^n$$

est un isomorphisme de A -modules.

La différentiabilité de σ s'effectuant sur des ouverts de $\mathbb{R}^{2n \cdot \dim A}$, il en est de même pour H : ainsi la différentiabilité de H s'effectue sur des ouverts de A^n .

\Leftarrow / La condition suffisante est évidente. ■

La description du parallélisme de M^A est la suivante :

Théorème 6 *Si M est une variété différentielle de dimension n et si M^A est la variété des points proches de M d'espèce A , alors les assertions suivantes sont équivalentes :*

1. *La variété M^A est parallélisable ;*
2. *Il existe n -champs de vecteurs X_1, \dots, X_n sur M^A tels qu'en chaque point $\xi \in M^A$, les vecteurs $X_1(\xi), \dots, X_n(\xi)$ forment une base de $T_\xi M^A$;*
3. *Le $C^\infty(M^A, A)$ -module, $\mathfrak{X}(M^A)$, des champs de vecteurs sur M^A est un $C^\infty(M^A, A)$ -module libre de rang n .*

Démonstration: Montrons $1/ \iff 2/$

$1/ \implies 2/$ Comme la variété M^A est parallélisable, alors il existe un difféomorphisme de A -variétés

$$H : TM^A \longrightarrow M^A \times A^n$$

tel que le diagramme suivant

$$\begin{array}{ccc} TM^A & \xrightarrow{H} & M^A \times A^n \\ & \searrow & \downarrow pr_1 \\ & \pi_{M^A} & M^A \end{array}$$

commute et que pour tout $\xi \in M^A$, la restriction

$$H|_{T_\xi M^A} : T_\xi M^A \longrightarrow \{\xi\} \times A^n$$

soit un isomorphisme de A -modules.

Pour tout $i = 1, 2, \dots, n$, soit $a_i = (0, 0, \dots, 1_A, 0, \dots, 0)$ où 1_A est à la i -ème place. Evidemment (a_1, a_2, \dots, a_n) est une base du A -module A^n . Pour tout $i = 1, 2, \dots, n$, les applications

$$\sigma_i : M^A \longrightarrow M^A \times A^n, \xi \longmapsto (\xi, a_i)$$

et

$$X_i = H^{-1} \circ \sigma_i : M^A \longrightarrow TM^A$$

sont différentiables. De plus

$$X_i : M^A \longrightarrow TM^A$$

est une section du fibré tangent puisque, pour $\xi \in M^A$ on a

$$\begin{aligned} (\pi_{M^A} \circ X_i)(\xi) &= (pr_1 \circ H) [(H^{-1} \circ \sigma_i)(\xi)] \\ &= (pr_1 \circ H) [H^{-1}(\xi, a_i)] \\ &= pr_1(\xi, a_i) \\ &= \xi. \end{aligned}$$

Ainsi

$$\pi_{M^A} \circ X_i = id_{M^A}.$$

On conclut que X_i est un champ de vecteurs sur M^A .

Pour tout $\xi \in M^A$, comme $(\xi, a_i)_{i=1,2,\dots,n}$ est une base du A -module $\{\xi\} \times A^n$, alors $[H^{-1}(\xi, a_i)]_{i=1,2,\dots,n}$ est une base du A -module $T_\xi M^A$. On conclut que les vecteurs $X_1(\xi), \dots, X_n(\xi)$ forment une base du A -module $T_\xi M^A$.

2/ \implies 1/ On suppose qu'il existe n champs de vecteurs X_1, \dots, X_n sur M^A tels qu'en chaque point $\xi \in M^A$, $(X_1(\xi), \dots, X_n(\xi))$ soit une base de $T_\xi M^A$.

L'application

$$\varphi : M^A \times A^n \longrightarrow TM^A, (\xi, \lambda_1, \dots, \lambda_n) \longmapsto \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot X_i(\xi)$$

est un difféomorphisme de A -variétés et

$$\varphi|_{\{\xi\} \times A^n} : \{\xi\} \times A^n \longrightarrow T_\xi M^A, (\xi, \lambda_1, \dots, \lambda_n) \longmapsto \sum_{i=1}^n \lambda_i X_i(\xi)$$

est un isomorphisme de A -modules et sa réciproque

$$\varphi^{-1} : TM^A \longrightarrow M^A \times A^n, \sum_{i=1}^n \lambda_i X_i(\xi) \longmapsto (\xi, \lambda_1, \dots, \lambda_n)$$

est telle que

$$pr_1 \circ \varphi^{-1} = pr_1 \circ H = \pi_{M^A}.$$

On conclut alors que la variété M^A est parallélisable.

Montrons $2/ \iff 3/$

$2/ \implies 3/$ On suppose qu'il existe n -champs de vecteurs X_1, \dots, X_n sur M^A tels qu'en chaque point $\xi \in M^A$, $(X_1(\xi), \dots, X_n(\xi))$ soit une base de $T_\xi M^A$.

Les champs de vecteurs X_1, \dots, X_n sont linéairement indépendants. En effet, si $g_1, \dots, g_n \in C^\infty(M^A, A)$ sont telles que

$$\sum_{i=1}^n g_i \cdot X_i = 0,$$

alors pour tout $\xi \in M^A$, on a

$$\sum_{i=1}^n g_i(\xi) \cdot X_i(\xi) = 0.$$

Comme $(X_1(\xi), \dots, X_n(\xi))$ est une base de $T_\xi M^A$, ainsi $g_i(\xi) = 0$ pour tout $i = 1, 2, \dots, n$. Comme ξ est quelconque, on conclut que $g_i = 0$ pour tout $i = 1, 2, \dots, n$.

La famille X_1, \dots, X_n engendre $\mathfrak{X}(M^A)$, en effet, si $Y \in \mathfrak{X}(M^A)$ et $\xi \in M^A$, on a :

$$Y(\xi) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot X_i(\xi)$$

avec les $\lambda_i \in A$.

L'application

$$M^A \xrightarrow{Y} TM^A \xrightarrow{H} M^A \times A^n \xrightarrow{pr_2} A^n \xrightarrow{pr_i} A, \xi \mapsto \lambda_i,$$

est différentiable. En posant $f_i = pr_i \circ pr_2 \circ H \circ Y$, on a $f_i(\xi) = \lambda_i$ et

$$\begin{aligned} Y(\xi) &= \sum_{i=1}^n f_i(\xi) \cdot X_i(\xi) \\ &= \left(\sum_{i=1}^n f_i \cdot X_i \right) (\xi). \end{aligned}$$

Comme ξ est quelconque, alors

$$Y = \sum_{i=1}^n f_i \cdot X_i$$

Ainsi X_1, \dots, X_n une base du $C^\infty(M^A, A)$ -module $\mathfrak{X}(M^A)$. On conclut que $\mathfrak{X}(M^A)$ est un $C^\infty(M^A, A)$ -module libre de rang n .

3/ \implies 2/ On suppose que $\mathfrak{X}(M^A)$ est un $C^\infty(M^A, A)$ -module libre de rang n . Soit (X_1, \dots, X_n) une base du $C^\infty(M^A, A)$ -module $\mathfrak{X}(M^A)$. ■

Si $\alpha_1(\xi), \dots, \alpha_n(\xi)$ sont des éléments de A tels que

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i(\xi) \cdot X_i(\xi) = 0$$

pour tout $\xi \in M^A$, pour tout $i = 1, 2, \dots, n$, soit

$$f_i : M^A \longrightarrow A, \xi \longmapsto \alpha_i(\xi).$$

Pour $\eta \in M^A$, il existe $Y \in \mathfrak{X}(M^A)$ tel que $Y(\eta) = \sum_{i=1}^n f_i(\eta) \cdot X_i(\eta)$. Comme Y est différentiable au voisinage de η , il en est de même de f_i au voisinage de η . Comme η est quelconque, on déduit que les f_i sont différentiables. Ainsi, on a

$$\begin{aligned} 0 &= \sum_{i=1}^n \alpha_i(\xi) \cdot X_i(\xi) \\ &= \sum_{i=1}^n f_i(\xi) \cdot X_i(\xi) \\ &= \left(\sum_{i=1}^n f_i \cdot X_i \right) (\xi) \end{aligned}$$

pour tout $\xi \in M^A$. Comme les champs de vecteurs X_1, \dots, X_n forment une base du $C^\infty(M^A, A)$ module $\mathfrak{X}(M^A)$, alors

$$f_1 = \dots = f_n = 0.$$

C'est-à-dire que pour tout $\xi \in M^A$, les $\alpha_i(\xi) = 0$. On conclut que la famille $(X_1(\xi), \dots, X_n(\xi))$ est libre pour tout $\xi \in M^A$.

Démonstration: De plus, pour $v \in T_\xi M^A$, il existe un champ de vecteurs $Y \in \mathfrak{X}(M^A)$ telle que $Y(\xi) = v$. Puisque

$$Y = \sum_{i=1}^n f_i \cdot X_i$$

où chaque $f_i \in C^\infty(M^A, A)$, alors,

$$v = \sum_{i=1}^n f_i(\xi) \cdot X_i(\xi).$$

Ainsi, la famille $(X_1(\xi), \dots, X_n(\xi))$ engendre le A -module $T_\xi M^A$.

On conclut alors qu'en chaque point $\xi \in M^A$, les vecteurs $X_1(\xi), \dots, X_n(\xi)$ forment une base du A -module $T_\xi M^A$. ■

Corollaire 7 *Si M est une variété parallélisable, alors la variété des points proches M^A est parallélisable.*

Références

- [1] BOSSOTO, B.G.R., OKASSA, E., Champs de vecteurs et formes différentielles sur une variété des points proches, Archivum Mathematicum (BRNO), Tomus 44, (2008), 159-171.
- [2] MORIMOTO, A., Prolongations of connections to bundles of infinitely near points, J. Differential Geometry 11 (1976), 479-498.
- [3] OKASSA, E., Prolongements des champs de vecteurs à une variété des points proches, Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse, Vol.8, N°3, (1986-1987), 349-366.
- [4] WEIL, A., Théorie des points proches sur les variétés différentiables, Colloq. Géom. Diff. Strasbourg (1953), 111-117.